

Л.А. Балгарина
С.А. Джумабаев
Ю.К. Шокаманов

Академия государственного управления при Президенте Республики Казахстан,
Астана, Казахстан
(E-mail: L.Balgarina@apa.kz, Serik.Jumabayev@apa.kz, shokamanov53@mail.ru)

Производственная функция Кобба – Дугласа: опыт применения в Северо-Казахстанской области

Аннотация. В условиях существующего значительного межрегионального дисбаланса социально-экономического развития регионов особую значимость приобретает вопрос повышения эффективности принимаемых государственных решений, в том числе посредством прогнозирования. Качество таких решений невозможно без применения современных методов эконометрического моделирования и информационных технологий. Несмотря на значительный срок ее существования многие ученые по сей день считают производственную функцию Кобба – Дугласа методом, дающим возможность достоверно отображать возможности и перспективы экономической составляющей развития региона или его промышленного сектора. В процессе исследования нами решались две гипотезы о возможности адекватной модели на основе производственной функции Кобба – Дугласа со статичными параметрами для характеристики развития Северо-Казахстанской области и ее промышленного сектора. Эмпирическим путем обе гипотезы были опровергнуты. И если в первом случае один из полученных коэффициентов не удовлетворял нашему замыслу своим знаком (был отрицательным), то во втором, используя метод наименьших квадратов, определили параметры модели, которые не удовлетворяли цели исследования. Выбор модели неслучаен. В случае успешности разработки ее применение позволило бы обеспечить местные органы власти удобным, доступным и понятным инструментом для анализа и прогнозирования. Однако полученные в ходе исследования результаты свидетельствуют о том, что необходимо рассмотреть другие вариации производственной функции, и возможно, другие эконометрические методы и модели, произвести синтез нескольких методов с целью разработки адекватной модели экономического развития региона и промышленного комплекса региона.

Ключевые слова: регион, валовой региональный продукт, производственная функция Кобба – Дугласа, региональное прогнозирование, эконометрическая модель.

DOI: <https://doi.org/10.32523/2789-4320-2022-4-74-86>

Введение

Регионы Казахстана характеризуются высокой степенью дифференциации. Прежде всего это обусловлено большой площадью страны. Одна часть регионов

характеризуется добычей из богатых недр полезных ископаемых либо благоприятными погодными условиями, другая – более суровым климатом и аграрной направленностью. Все это становится причиной значительных отличий в финансовой обеспеченности

каждого региона. С целью нивелирования существующих фактов неравномерного развития областей ежегодно разрабатываются социально-экономические программы и прогнозы, как в целом по стране, так и в каждом регионе. Особую актуальность приобрели задачи стимулирования эффективности региональной экономической политики как в общем, так и по направлению индустриализации. Прогнозирование тенденций экономического роста в регионах имеет большое значение по причине зависимости от него эффективности действий государства. Разработка региональных прогнозов проводится как в практических, так и в научных целях.

Стоит отметить, что региональные органы власти постоянно сталкиваются с проблемой качественного прогнозирования данных. Одной из составляющих этой проблемы является недостаток у местных кадровых ресурсов достаточных навыков и знаний для осуществления сложных прогнозных расчетов. Существует и проблема наличия специального программного обеспечения.

В текущем исследовании сделана попытка разработать эконометрическую модель зависимости ВРП от других индикаторов развития области, достаточно простую в применении и при этом адекватную. Еще одним важным фактором при выборе модели для исследования стала ее наглядность при объяснении достаточно сложных экономических процессов.

Методы исследования

Предварительная обработка исходных данных включала в себя последовательное применение методов дефлятирования, расчет интегральных показателей.

Для эконометрического моделирования в рамках исследования построены модели производственной функций Кобба – Дугласа.

Для производственной функции региона и промышленного сектора Северо-Казахстанской области применялись прикладные программы MS Excel, ПП EViews 12.

Проведена оценка этих моделей на предмет их соответствия критериям качества. Выявлено, что классическая функция Кобба – Дугласа со статичными параметрами не соответствует как динамике ВРП, так и ВДС промышленности Северо-Казахстанской области.

Обсуждение

В настоящее время существует огромное множество методов прогнозирования, в том числе базирующихся на эконометрическом моделировании. Эконометрические модели дают возможность исследователю разобраться в причинно-следственных взаимосвязях между показателями, выявить внешние и внутренние факторы воздействия, исследовать то или иное явление как в статике, так и в динамике. Однако большинство методов является достаточно сложными в реализации.

Одним из менее сложных и не менее результативных направлений экономико-математического моделирования является построение производственных функций, увязывающих зависимости экономического роста с динамикой факторов производства, и которые позволяют не только отследить степень влияния того или иного фактора на экономическое развитие, но и прогнозировать, причем как на уровне страны в целом, так и отдельного региона.

Моделированию с помощью производственной функции Кобба – Дугласа экономики как страны, так и региона или выпуска какой-либо отрасли посвящено большое количество публикаций авторов СНГ и других стран. Ученые, занимавшиеся в разное время изучением производственной функции Кобба – Дугласа: Самуэльсон П., Аллен Р., Браун М., Юсим В. Н., Филиппов В.С. (2018), Светуных И.С., Светуных С.Г. (2012), Суворов Н. В., Ахунов Р. Р., Губарев Р. В., Дзюба Е. И., Лычагина Т. А., Пахомова Е.А., Файзуллин Ф. С. (2020) и др.

Перечислим некоторые работы и полученные по ним выводы.

В классической работе Ч. Кобба и П. Дугласа предложена модель зависимости выпущенной продукции от труда и капитала [1]. Именно такую простую зависимость мы и хотим применить в своем исследовании.

Особо отметим, что в целом ученые-экономисты условно поделены на два лагеря, часть считает, что производственная функция Кобба – Дугласа не описывает в полной мере экономическую ситуацию, при ее разработке изначально было допущено большое количество методологических ошибок и неточностей, и, следовательно, она не может быть применима для прогнозирования и оценки, не позволяя оценить и выявить факторы, реально влияющие на систему [2].

Другая же часть исследователей считает указанную модель вполне адекватной и использует в своих работах, при этом меняя и подстраивая ее для своих целей.

Так, в работе Кирилюка приведены модели производственных функций для российской экономики. Сравнены разные варианты модели с постоянной и переменной отдачей. Осуществлен расчет функции и для отдельных отраслей. Авторы считают, что применение ПФ имеет ряд ограничений: некоторое количество результатов свидетельствует о том, что экономика страны описывается лучше, чем ее частные отрасли, существуют обоснованные сомнения в мультиколлинеарности построенных моделей [3].

Работы, выполненные группой российских исследователей, посвящены использованию ПФ для прогнозирования кадровых ресурсов и того, как состояние производственных фондов коррелирует с экономическим ростом региона, в ходе исследования авторами было построено несколько моделей, выявлено, что из-за несоответствия нестационарной экономике Российской Федерации простая функция Кобба – Дугласа с определенными параметрическими ограничениями не может быть использована, в то же время измененная функция без ограничений будет работать. Стоит отметить, что авторы особо подчеркивают нехватку адекватных статистических данных для проведения исследований [4,5].

Абдуллаев рассмотрел проблему подбора эффективной модели ПФ для характеристики развития Хорезмской области, авторское мнение состоит в том, что значительное воздействие на построение модели роста экономики оказывает форма модели, несмотря на пренебрежение к этому факту других исследователей. Отметим, что модель ПФ Кобба – Дугласа в этом исследовании незначима и автор разработал другую [6].

В работе коллектива авторов, возглавляемого Суворовым, сделана попытка оценить ПФ Кобба–Дугласа для моделирования развития промышленного комплекса региона, однако в классическом виде модель получилась незначимой и автором был предложен альтернативный вариант прогнозирования и оценки отрасли [7].

В работах Светунькова и коллектива авторов оценена возможность прогнозирования с помощью производственной функции, выводы исследования говорят о высокой эффективности данного метода [8,9].

Таким образом, изучение работ других исследователей неоднозначно, и нам необходимо осуществить оценку возможности построения ПФ Кобба – Дугласа в условиях выбранного региона.

Результаты

Производственная функция ПФ Кобба – Дугласа может быть построена как для отдельной отрасли или предприятия, так и для экономики региона или целой страны [5].

Объектом научного исследования выбраны статистические показатели, характеризующие развитие в Северо-Казахстанской области. Временные ряды годовой периодичности за 2005-2020 и за 2010-2020 годы. Преобразование и анализ исходной информации осуществлялись с использованием программных продуктов MS Excel, ПП EViews 12. Нами была выбрана Северо-Казахстанская область по причине того, что она может характеризоваться одними из самых невысоких темпов экономического роста, а также здесь остро стоит проблема отрицательного сальдо миграции.

Таблица 1 – Исходные данные

Период	ВРП, млн. тенге	Наличие основных средств по первоначальной стоимости, млн. тенге	Занятое население, человек
2005	184 672,3	168 751	364 300
2006	236 876,6	225 637	366 100
2007	320 390,7	293 122	366 733
2008	403 003,3	325 264	365 100
2009	403 921,1	405 492	358 400
2010	466 955,2	457 529	358 100
2011	666 595,6	496 185	346 300
2012	679 610,3	553 849	331 246
2013	749 879,0	598 313	329 316
2014	795 551,2	692 681	313 781
2015	837 179,9	778 474	312 829
2016	918 236,9	923 209	303 095
2017	1 113 959,4	950 099	295 157
2018	1 212 007,8	1 051 062	296 213
2019	1 382 322,2	1 132 328	293 351
2020	1 571 903,6	1 281 701	289 293

Официальный Интернет-ресурс Бюро национальной статистики: <https://stat.gov.kz/official/industry/11/statistic/8>

https://stat.gov.kz/region/264023/statistical_information/industry/5927

https://stat.gov.kz/region/264023/statistical_information/industry/5925

Одной из основных характеристик перспектив экономического развития области можно назвать прогноз валового регионального продукта. Валовой региональный продукт (ВРП) является главным и общим индикатором экономического развития регионов [10] и именно этот показатель выбран в качестве зависимой переменной в наших моделях.

В начале нашего практического исследования выдвигается гипотеза о том, что функция Кобба – Дугласа со статичными параметрами с двумя факторами подойдет для цели исследования.

ПФ Кобба – Дугласа имеет вид [1]:

$$Y = a_0 K^{\alpha} L^{\beta}, \quad (1)$$

где Y – валовой региональный продукт; K – стоимость основных фондов; L – численность занятых.

Исходные данные для исследования представлены временными рядами ВРП, стоимости основных фондов и численности занятых, все данные взяты за период с 2005 по 2020 год (таблица 1) с официального Интернет-ресурса Бюро национальной статистики.

Значения ВРП и основных фондов нами было решено высчитать в сопоставимых ценах уровня 2005 года.

Выбранный в качестве ценового базового года для расчета 2005 год характеризовался как относительно стабильный, значит, может быть использован с целью нивелирования последствий инфляции, а также для повышения точности нашей модели [5].

В постоянных ценах мы их рассчитали посредством последовательного деления значений показателей в текущих ценах на дефлятор «цепным методом» [9].

Таблица 2 – Расчетные данные

Период	ВРП в постоянных ценах 2005 г., млн. тенге. (расчет)	Первоначальная стоимость основных фондов постоянных ценах 2005 г., млн. тенге. (расчет)	Занятое население, человек	Дефлятор (расчет)
2005	184 672,3	168 751,0	364 300	100
2006	199 815,4	190 334,4	366 100	118,5
2007	209 806,2	191 949,4	366 733	128,8
2008	221 975,0	179 156,0	365 100	118,9
2009	214 427,8	215 261,8	358 400	103,8
2010	216 143,2	211 780,1	358 100	114,7
2011	251 590,7	187 273,3	346 300	122,6
2012	238 004,8	193 962,3	331 246	107,8
2013	256 331,2	204 521,3	329 316	102,5
2014	271 198,4	236 130,6	313 781	100,3
2015	273 910,4	254 702,9	312 829	104,2
2016	276 101,7	277 596,6	303 095	108,8
2017	284 660,8	242 788,0	295 157	117,7
2018	293 770,0	254 759,3	296 213	105,4
2019	299 939,1	245 694,9	293 351	111,7
2020	299 339,3	244 076	289 293	113,9

Источник: составлено автором

Таблица 2 содержит полученные результаты.

Стоит отметить, что данные о дефляторе ВРП Бюро национальной статистики не публикуются, в связи с чем он был рассчитан нами самостоятельно. Для приведения в сопоставимые цены стоимости основных фондов был использован тот же дефлятор, который использовался для расчета ВРП.

Согласно некоторым исследованиям в области эконометрического моделирования [5,6,9], в большинстве производственных функций применяется степенная операция, при этом значение степени не всегда целое число, по этой причине некоторые исследователи считают, что для корректности проводимых расчетов необходимо представить наши исходные данные в виде индексов [5].

Значения исследуемых показателей в процентах к их значению в 2005 г. представлены в табл. 3

Таблица 3 – Расчетные данные, в виде базисных индексов (в процентах) к их значению в 2005 г.

Үрасч	Қрасч	Лрасч
100,0	100,0	100,0
108,2	112,8	100,5
113,6	113,7	100,7
120,2	106,2	100,2
116,1	127,6	98,4
117,0	125,5	98,3
136,2	111,0	95,1
128,9	114,9	90,9
138,8	121,2	90,4
146,9	139,9	86,1
148,3	150,9	85,9
149,5	164,5	83,2
154,1	143,9	81,0
159,1	151,0	81,3
162,4	145,6	80,5
162,1	144,6	79,4

Источник: составлено автором

Таблица 4 – Корреляционная матрица показателей в сопоставимых ценах СКО за 2005–2020 гг.

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3
Столбец 1	1		
Столбец 2	0,818899	1	
Столбец 3	-0,95719	-0,85551	1

Таблица 5 – Корреляционная матрица рассчитанных индексов СКО за 2005–2020 гг.

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3
Столбец 1	1		
Столбец 2	0,818899	1	
Столбец 3	-0,95719	-0,85551	1

Источник: составлено автором

Проведем предварительный анализ исходных данных – посредством матриц коэффициентов корреляции (таблицы 4,5), а также проанализировав ряды динамики данных (рис. 1-3).

Как мы видим из матриц корреляции, рассчитанные нами к базисному году индексы очень точно отражают общую динамику показателей и наши две матрицы идентичны.

Матрицы отражают достаточно высокую степень влияния регрессоров на зависимую переменную, 0,8 и 0,95 соответственно. В то же время зависимость основных фондов от численности занятых (коэффициент корреляции -0,86) может сообщать о наличии возможной коллинеарности этих двух показателей, то есть есть риск того, что характеристика низкого качества [11]. Стоит

отметить, что независимость переменных, которые включены в производственную функцию – условна. Так как с точки зрения экономики они зависимы между собой [5]. Уровень достоверности проведенной оценки может быть уточнен при последующих расчетах с использованием определенных критериев.

Рассмотрим динамику исследуемых показателей развития Северо-Казахстанской области за период 2005-2020 гг. (рис. 1–3).

На рисунке 1 можно отчетливо наблюдать постепенное увеличение ВРП области, причем в 2011 году отчетливо виден резкий скачок и далее вновь постепенное увеличение. Резкий рост можно связать с тем, что в этот период Казахстан выходил из кризиса 2008 года, был принят стратегический план 2020, Дорожная

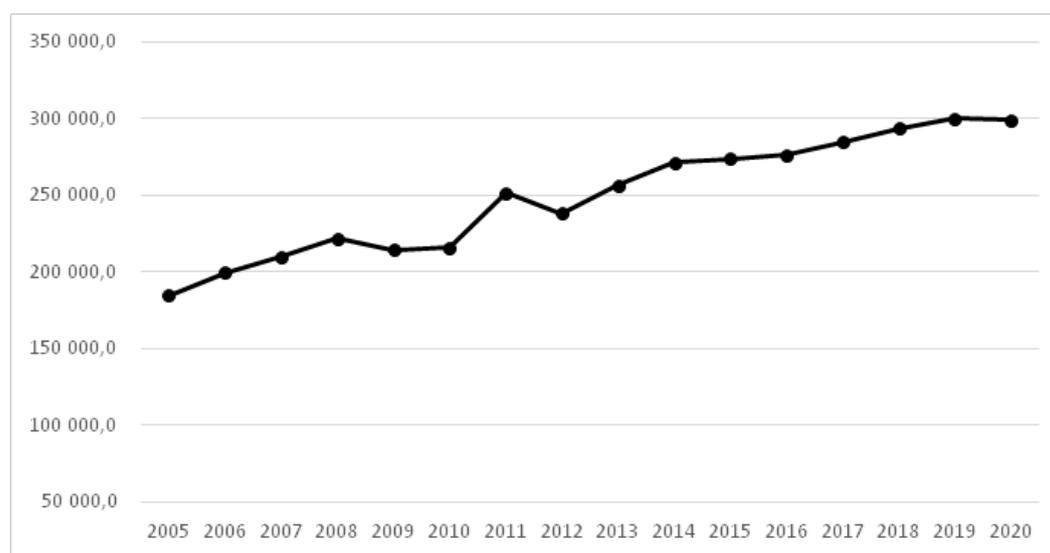


Рисунок 1 – ВРП в постоянных ценах 2005 г., млн. тенге. (расчет)

Источник: Официальный Интернет-ресурс Бюро национальной статистики: https://stat.gov.kz/region/264023/statistical_information/industry/5925

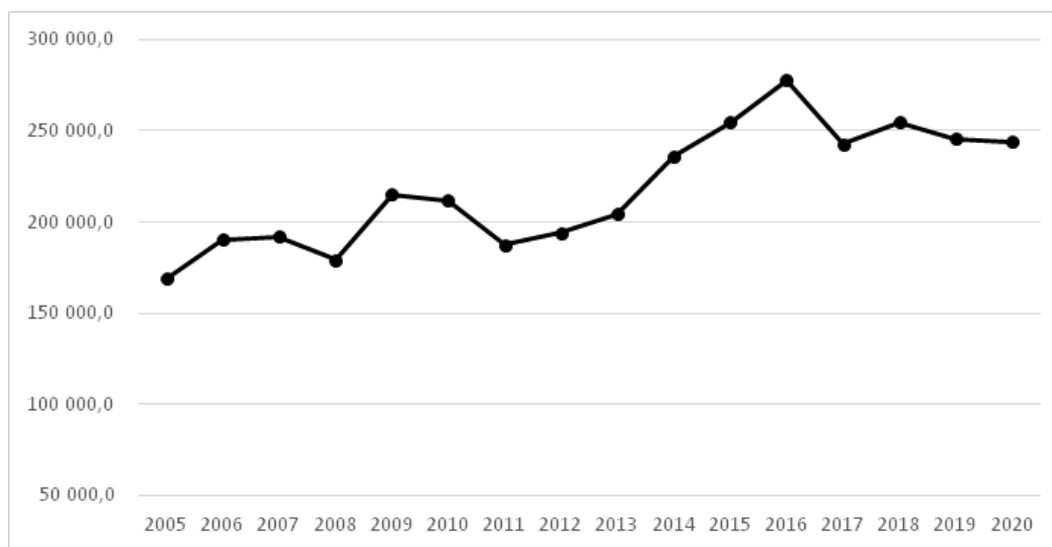


Рисунок 2 – Стоимость основных фондов постоянных ценах 2005 г., млн. тенге. (расчет)

Источник: Официальный Интернет-ресурс Бюро национальной статистики: https://stat.gov.kz/region/264023/statistical_information/industry/5925

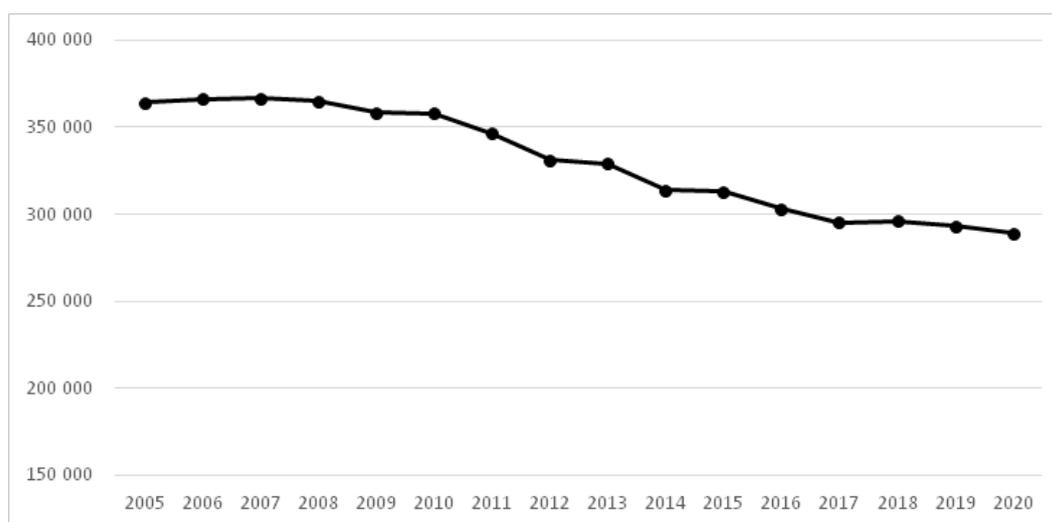


Рисунок 3 – Численность занятых, человек

Источник: : Официальный Интернет-ресурс Бюро национальной статистики: https://stat.gov.kz/region/264023/statistical_information/industry/5925

карта бизнеса 2020, Президентом страны был анонсирован «экономический подъем».

Примерно схожая динамика и по стоимости основных фондов на рисунке 2, однако ее тренд более неравномерный, и в последние 4 года наблюдается постепенный спад стоимости. Стоит отметить, что в целом по области достаточно плачевная ситуация с износом основных фондов.

Динамика численности занятых имеет обратную ВРП направленность (рисунок 3) и свидетельствует об отрицательных миграционных процессах, происходящих в СКО в последние годы. Существует огромное количество причин для этого явления, но, на наш взгляд, немаловажную роль здесь играет и тот факт, что заработная плата по области является одной из самых низких

в стране. Значит, экономически активное население, а особенно молодежь, стремятся покинуть родной регион, причем миграция осуществляется как за границу, так и в другие регионы Казахстана.

Перейдем непосредственно к расчету нашей производственной функции. Посредством расчета для всех переменных натуральных логарифмов добьемся линейного вида. В результате получаем для функции вида (1) следующее уравнение [11]:

$$\ln Y = \ln a_0 + a_1 \ln K + a_2 \ln L \quad (2)$$

Таким образом, из наших исходных значений получим необходимые данные для построения модели линейной множественной регрессии.

В ходе построения функции с использованием логарифмов гипотеза не подтвердилась. Причем расчеты

производились как по данным в сопоставимых ценах, так и с индексами. С одной стороны, высокий коэффициент детерминации (более 0,8) показывает что модель существенно – на 88% - оценивала производственные возможности области [12]. Однако использование метода наименьших квадратов показало, что переменная «труд» (коэффициент) получилась с отрицательным знаком. То есть при росте численности занятых ВРП «должен» снижаться.

В то же время возникновение такой зависимости и отрицательное значение коэффициента вполне объяснимо. В рассматриваемых временных границах рост ВРП происходил за счёт загрузки производственных мощностей региона, а также благодаря значительному притоку инвестиций, как частных, так и государственных. В то же время динамика численности занятых и экономические

Таблица 6 – Расчетные данные по промышленности

	ВДС промышленности, млн тенге в сопоставимых ценах 2010 года (расчет)	Первоначальная стоимость основных фондов в промышленности в постоянных ценах 2010 г., млн. тенге. (расчет)	Занятое население в отрасли промышленности, человек
2010	51 304,3	93 011,1	20 558
2011	54 793,0	87 020,7	20 674
2012	56 162,8	96 526,8	21 996
2013	58 971,0	88 542,2	22 098
2014	60 563,2	107 300,9	21 091
2015	61 168,8	121 995,9	22 528
2016	61 352,3	106 322,3	24 047
2017	66 628,6	95 280,3	23 708
2018	67 561,4	108 298,4	24 597
2019	68 980,2	94 098,5	24 096
2020	72 774,1	97 090,2	24 068

Источник: составлено автором

Источник исходных данных для расчета: Официальный Интернет-ресурс Бюро национальной статистики:

<https://stat.gov.kz/official/industry/11/statistic/8>

https://stat.gov.kz/region/264023/statistical_information/publication

https://stat.gov.kz/region/264023/statistical_information/industry/5925

показатели имеют разнонаправленный вектор.

Во-вторых, согласно полученному критерию Стьюдента, капитал оказался незначимым [13]. Также выявлено, что степенные параметры производственной функции превышают 1, в то время как их значение должно варьироваться в пределах от нуля до единицы [6].

Таким образом, параметры полученной в ходе исследования производственной функции исключают возможность применения ее для прогноза. Поэтому основным выводом является несостоятельность применения функции Кобба – Дугласа со статичными параметрами для характеристики экономического развития Северо-Казахстанской области за 2005-2020 гг.

Следующая гипотеза, которую мы выдвигаем в ходе исследования, это: мы можем воспользоваться производственной функцией Кобба – Дугласа для оценки производственных мощностей промышленного сектора Северо-Казахстанской области. Промышленность играет важное значение в развитии экономики, особенно в условиях стремления нашего государства перевести экономику на индустриальные рельсы.

Аналогично, согласно уже ранее использованному алгоритму, исходная функция (1) была приведена к линейному виду (2). Отметим, что для расчета дефлятора по отрасли промышленности нами был взят ИФО именно промышленности.

Однако и в случае с промышленным комплексом Северо-Казахстанской области после расчетов было выявлено, что по отрасли промышленности также невозможно построение адекватной производственной функции Кобба – Дугласа со статичными параметрами за 2010-2020 гг.

Хотя модель, исходя из ее эконометрических параметров, оказалась адекватной коэффициенту детерминации $R^2 = 0,945$, F-критерий значим (критерий Фишера) [13], но р-значение для параметров и капитала и труда больше 0,005, что указывает на недоверие к соответствующим коэффициентам и на то,

что мы не можем принять нулевую гипотезу о том, что капитал и труд влияют на ВДС промышленности, то есть оба регрессора незначимы в своем влиянии на зависимую переменную.

Таким образом, делаем вывод о том, что инструментарий производственной функции Кобба – Дугласа со статичными параметрами одинаково неприменим как для характеристики ВДС отдельной отрасли, так и ВРП всего региона.

Выводы

Существенная зависимость от внешних условий казахстанской экономики, а также значительные межрегиональные диспропорции по темпам социально-экономического развития и развития промышленности сделали актуальным вопрос стимулирования эффективности экономической политики на региональном уровне. На текущем этапе развития решение этого вопроса невозможно без комплексной и перспективной оценки экономического и промышленного потенциала региона, базирующейся на эконометрическом моделировании и информационных технологиях и разработках. На территории СНГ и сейчас для этих целей активно применяется производственная функция Кобба – Дугласа. Однако результаты таких исследований не всегда однозначны. Анализ научной литературы показывает, что все множество исследований подразделяет полученные модели на две категории: со статичными и динамическими параметрами. Повышенный интерес авторов текущего исследования к модели со статическими параметрами обусловлен ее доступностью и понятностью. Вышеприведенные гипотезы были проверены эмпирическим путем на примере статичных параметров экономики Северо-Казахстанской области и ее промышленного сектора за 2005-2020 годы.

Общие выводы проведенных расчетов состоят в следующем. Во-первых, проведенное

исследование выявило, что производственная функция Кобба –Дугласа со статичными параметрами не может быть использована для моделирования состояния экономики области и ее промышленного модуля в выбранных временных диапазонах. При этом обратите внимание, что существует определенное допущение о том, что для других регионов РК это утверждение не будет справедливым и в каких-то случаях производственная функция Кобба – Дугласа окажется адекватной.

Во-вторых, особо подчеркнем, что основным этапом при построении любой модели является этап ее верификации, так как именно на нем можно в полной

мере оценить качество ее построения и перспективную результативность. А это значит, что исследователь должен обладать соответствующим объемом знаний для его осуществления, что еще раз подчеркивает важность профессионализма региональных кадров.

В-третьих, в дальнейших исследованиях мы собираемся использовать другие эконометрические методы и модели для моделирования и прогнозирования как экономических, так и социальных индикаторов развития региона, а также провести сравнительный анализ их результатов и применимости на региональном уровне.

Список литературы

1. Cobb C. W., Douglas P. H. A Theory of Production // The American Economic Review. – 1928. – Vol. 18. №1. – P. 139–165.
2. Юсим В.Н., Филиппов В.С. Производственная функция Кобба – Дугласа и управление экономико-технологическим развитием // Вестник Российского экономического университета им. Г. В. Плеханова. – 2018. – №2 (98)). – С. 105-114. DOI: <http://dx.doi.org/10.21686/2413-2829-2018-2-105-114>
3. Кириллюк И.Л. Модели производственных функций для российской экономики // Компьютерные исследования и моделирование. – 2013. – Т. 5. № 2. – С. 293-312.
4. Пахомова Е.А., Писарева Д.А., Харчева К.С. Построение модели прогнозирования кадровых потребностей региона с помощью производственной функции Кобба – Дугласа // Национальные интересы: приоритеты и безопасность. – 2018. – №14 (2 (359)). – С. 253-268.
5. Лычагина Т.А., Пахомова Е.А., Писарева Д.А. Применение аппарата производственных функций для анализа влияния состояния основных фондов на экономический рост РФ // Национальные интересы: приоритеты и безопасность. 2016 – №10 (343). – С. 4-19.
6. Абдуллаев И.С. Моделирование экономической динамики и производственные функции // Российское предпринимательство. – 2009. – №11-2. – С. 173-176.
7. Суворов Н.В., Ахунов Р.Р., Губарев Р.В., Дзюба Е.И., Файзуллин Ф.С. Применение производственной функции Кобба – Дугласа для анализа промышленного комплекса региона // Экономика региона. – 2020 – №16 (1). – С. 187-200.
8. Светуных И.С., Светуных С.Г. Степенные производственные функции комплексных переменных // Экономика и математические методы. – 2012. –Т. 48. № 1. – С. 67–79.
9. Светуных С. Г. О возможности экономического прогнозирования с помощью степенной производственной функции комплексного переменного // Экономика региона. – 2016. – №12 (3). – С. 966-976.
10. Баенхаева А.В. Прогнозирование валового регионального продукта // Экономика и бизнес: теория и практика. – 2016. – №11. – С. 5-10.
11. Miller E. An Assessment of CES and Cobb-Douglas Production Functions// CBO Working Paper. – 2008. – №5 – С.1-30
12. Бардасов С. А. Эконометрика: учебное пособие. 2-е изд., пере- раб. и доп. Тюмень: Издательство Тюменского государственного университета, 2010. – 264 с.
13. Елисеева И.И. Эконометрика. М: Финансы и статистика, 2003. – 344 с.

Л.А. Балгарина, С.А. Джумабаев, Ю.К. Шокаманов

*Қазақстан Республикасы Президентінің жанындағы Мемлекеттік басқару академиясы,
Астана, Қазақстан Республикасы*

**Кобб – Дугластың өндірістік функциясы:
Солтүстік Қазақстан облысында тәжірибені қолдану**

Аннотация. Аймақтардың әлеуметтік-экономикалық дамуында аймақ аралық баланс теңсіздіктің біршама айтарлықтай жағдайларының болуы, әсіресе болжамдау арқылы, қабылданған мемлекеттік шешімдердің тиімділігін көтеруге әсер етеді. Бұл шешімдердің сапасы қазіргі заманғы эконометриялық моделдеу мен ақпаратты технологияларды қолдану арқылы ғана болады. Шыққанына аз уақыт болса да, Кобб – Дугластың өндірістік функциясы аймақтың немесе ондағы өндірістік сектордың экономикалық дамуын көрсетудің мүмкіншіліктерін шын мәнісінде көрсететінін көптеген ғалымдар мойындайды. Зерттеу аясында автор Солтүстік Қазақстан облысы мен оның өндірістік секторының дамуын сипаттау үшін Кобб – Дугластың өндірістік функциясымен статистикалық параметрлерді қолданып, адекватты өндірісті құрастыру мүмкіндігі туралы мәселені қарастырған. Эмперикалық жолмен екі гипотеза да іске аспады. Егер бірінші жағдайда алынған коэффициенттер біздің ойымызды қанағаттандырмады, кері сипатта болды, екіншісінде – зерттеудің мақсатын қанағаттандырмайтын, ең аз квадраттар тәсілін қолданумен модель параметрі анықталды. Моделді таңдау кездейсоқ емес. Оны табысты қолдану, талдап жасау жергілікті үкімет органдары үшін болжамдау мен талдау жасауға қажетті ыңғайлы құрал болатыны сөзсіз. Дегенмен зерттеу барысында алынған мәліметтерден, аймақтарда экономикалық даму мен аймақтардың өндірістік кешендерін дамытудың барысында басқа да эконометриялық әдістер мен моделдерді, өндірістік функцияларды қарастыру мәліметтері айтылған.

Түйін сөздер: аймақ, аймақтық алынған өнім өндірістік функция, Кобб –Дуглас, аймақтық болжамдау, эконометриялық модель.

L.A. Balgarina, S.A. Dzhumabaev, Yu.K. Shokamanov

Academy of Public Administration under the President of the Republic of Kazakhstan, Astana, Kazakhstan

**Cobb – Douglas Production Function:
application experience in the North Kazakhstan region**

Abstract. In the conditions of the existing significant interregional imbalance of socio-economic development of regions, the issue of increasing the effectiveness of government decisions, including through forecasting, is of particular importance. The quality of such solutions is impossible without the use of modern methods of econometric modeling and information technology. Despite the considerable period of its existence, many scientists still consider the Cobb-Douglas production function to be a method that makes it possible to reliably display the opportunities and prospects of the economic component of the development of the region or its industrial sector. Within the framework of the study, the authors answer the question about the possibility of constructing an adequate Cobb-Douglas production function with static parameters to characterize the development of the North Kazakhstan region and its industrial sector. Empirically, both hypotheses were refuted. If in the first case one of the obtained coefficients did not satisfy our idea with its sign (it was negative), then in the second – using the least squares method, the parameters of the model were determined that did not satisfy the purpose of the study. The choice of the model is not accidental. If its development is successful, its application would make it possible to provide local authorities with a convenient, accessible and understandable tool for analysis and forecasting. However, the results obtained during the study indicate that it is necessary to consider other variations of the production function, and possibly other econometric methods and models, to synthesize several methods in order to develop an adequate model of the economic development of the region and the industrial complex of the region.

Keywords: region, gross regional product, production function, Cobb – Douglas, regional forecasting, econometric model

References

1. Cobb C.W., Douglas P.H. A Theory of Production, *The American Economic Review*, 1(18), 139–165 (1928).
2. Yusim V.N., Filippov V.S. Proizvodstvennaya funkciya Kobba – Duglasy i upravlenie ekonomiko-tekhnologicheskim razvitiem, *Vestnik Rossijskogo ekonomicheskogo universiteta im. G. V. Plekhanova*, [Cobb–Douglas production function and management of economic and technological development, *Bulletin of the Plekhanov Russian University of Economics*], 2 (98), 105-114 (2018). DOI: <http://dx.doi.org/10.21686/2413-2829-2018-2-105-114> .[in Russian]
3. Kirilyuk I.L. Modeli proizvodstvennyh funkciy dlya rossijskoj ekonomiki, *Komp'yuternye issledovaniya i modelirovanie*, [Models of production functions for the Russian economy, *Computer research and modeling*], 5(2), 293-312 (2013). [in Russian]
4. Pahomova E.A., Pisareva D.A., Harcheva K.S. Postroenie modeli prognozirovaniya kadrovyyh potrebnostej regiona s pomoshch'yu proizvodstvennoj funkcii Kobba – Duglasya, *Nacional'nye interesy: priority i bezopasnost'*, [Constructing a model for forecasting the personnel needs of the region using the Cobb – Douglas production function, *National interests: priorities and security*], 14 (2 (359)), 253-268 (2018). [in Russian]
5. Lychagina T.A., Pahomova E.A., Pisareva D.A. Primenenie apparata proizvodstvennyh funkciy dlya analiza vliyaniya sostoyaniya osnovnyh fondov na ekonomicheskij rost RF, *Nacional'nye interesy: priority i bezopasnost'*, [Application of the apparatus of production functions for analyzing the impact of the state of fixed assets on the economic growth of the Russian Federation, *National interests: priorities and security*], 10 (343), 4-19 (2016). [in Russian]
6. Abdullaev I.S. Modelirovanie ekonomicheskoy dinamiki i proizvodstvennye funkcii, *Rossijskoe predprinimatel'stvo*, [Modeling of economic dynamics and production functions, *Russian Entrepreneurship*], 11-2, 173-176 (2009). [in Russian]
7. Suvorov N.V., Ahunov R.R., Gubarev R.V., Dzyuba E.I., Fajzullin F.S. Primenenie proizvodstvennoj funkcii Kobba – Duglasya dlya analiza promyshlennogo kompleksa regiona, *Ekonomika regiona*, [Application of the Cobb – Douglas production function for the analysis of the industrial complex of the region, *The economy of the region*], 16 (1), 187-200, (2020). [in Russian]
8. Svetun'kov I.S., Svetun'kov S.G. Stepennye proizvodstvennye funkcii kompleksnyh peremennyh, *Ekonomika i matematicheskie metody*, [Power-law production functions of complex variables, *Economics and mathematical methods*], 1(48), 67–79 (2012). [in Russian]
9. Svetun'kov S. G. O vozmozhnosti ekonomicheskogo prognozirovaniya s pomoshch'yu stepennoj proizvodstvennoj funkcii kompleksnogo peremennogo, *Ekonomika regiona*, [On the possibility of economic forecasting using a power-law production function of a complex variable, *The economy of the region*], 12 (3), 966-976 (2016). [in Russian]
10. Baenhaeva A.V. Prognozirovaniye valovogo regional'nogo produkta, *Ekonomika i biznes: teoriya i praktika*, [Forecasting of the gross regional product, *Economics and Business: theory and practice*], 11, 5-10 (2016). [in Russian]
11. Miller E. An Assessment of CES and Cobb-Douglas Production Functions, *CBO Working Paper*, 5, 1-30 (2008).
12. Bardasov S. A. *Ekonometrika: uchebnoe posobie* [Econometrics: a textbook] 2-e izd., pere- rab. i dop. (Tyumen', Izdatel'stvo Tyumenskogo gosudarstvennogo universiteta, 2010). [in Russian]
13. Eliseeva I.I. *Ekonometrika* [Econometrics] (Finansy i statistika, Moscow, 2003.). [in Russian]

Сведения об авторах:

Балгарина Л.А. – основной автор, докторант Академии государственного управления при Президенте Республики Казахстан, пр. Абая, 33, Астана, Казахстан.

Джумабаев С.А. – кандидат физико-математических наук, профессор Академии государственного управления при Президенте Республики Казахстан, пр. Абая, 33, Астана, Казахстан.

Шокаманов Ю.К. – доктор экономических наук, профессор, профессор кафедры «Учет, аудит и статистика» Алматинского гуманитарно-экономического университета, Алматы, Казахстан.

Balgarina L.A. – **Corresponding author**, PhD Student of the Academy of Public Administration under the President of the Republic of Kazakhstan, Abay ave., 33, Astana, Kazakhstan.

Jumabayev S.A. – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Academy of Public Administration under the President of the Republic of Kazakhstan, Abay ave., 33, Astana, Kazakhstan.

Shokamanov Yu.K. – Doctor of Economy, Professor, Professor of the Department «Accounting, Audit and Statistics» of Almaty Humanitarian-Economic University, Almaty, Kazakhstan